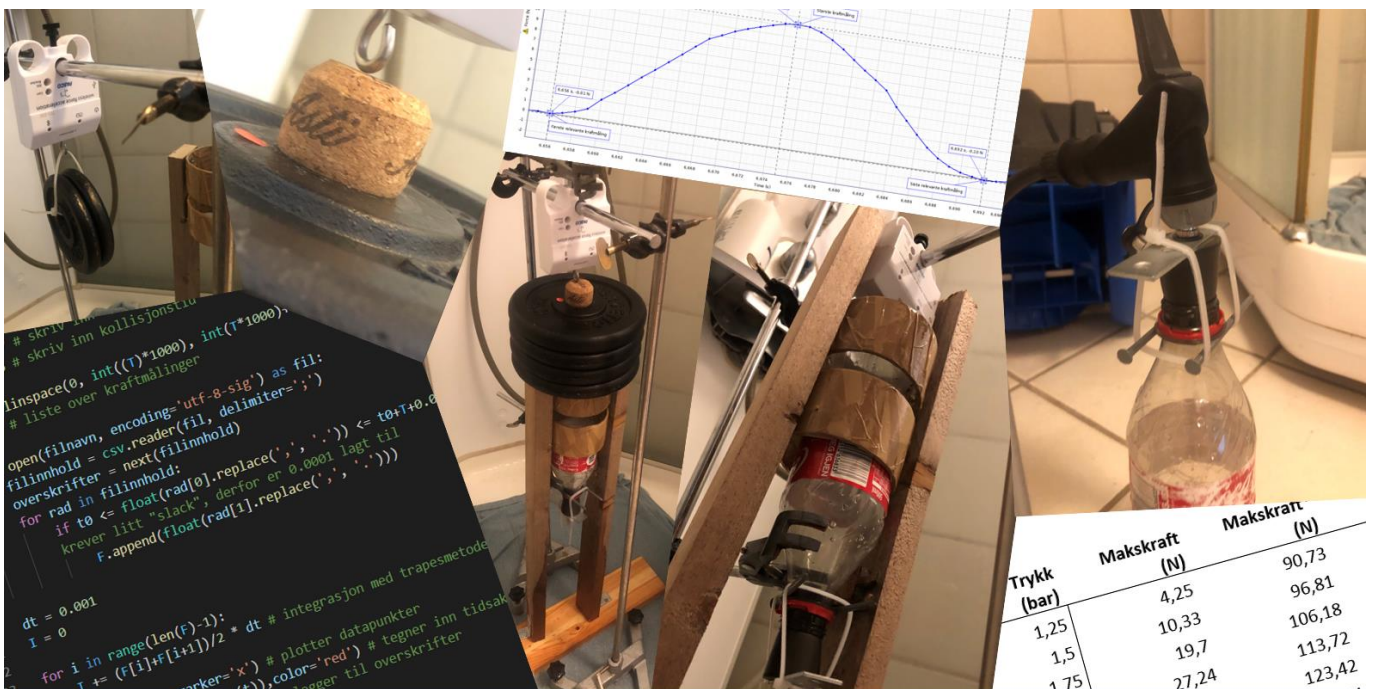




Forskningsoppgava VG3

«Rocket science» i dusjen



Navn: Oliver Briskeby-Stubban

Klasse: 3STD

Fag: Fysikk 2

Termin & år: Våren 2024

Innhold

Sammendrag	2
Forord	2
1. Innledning	3
1.1. Bakgrunn.....	3
1.2. Avgrensning, problemstilling og disposisjon	3
2. Teori	4
2.1. Utregning av kraft med hensyn på ekstra-vektorer.....	5
2.2. Impuls	6
3. Metode	6
3.1. Utstysliste.....	6
3.2. Forsøksoppsett	7
3.3. Forberedelser	8
3.4. Utføring av forsøk.....	9
3.5. Framgangsmåte.....	9
4. Resultater	9
4.1. Serie 1: konstant trykk, variert vannmengde	11
4.2. Serie 2: konstant vannmengde, variert trykk.....	13
5. Analyse	15
5.1. Beregning av oppskytnings tid	16
5.2. Alternativ impuls-utregning	19
6. Drøfting	21
7. Konklusjon	24
Kilder	24
Vedlegg 1 – Pythonkode for integraltilnærming	25

Sammendrag

I denne forskningsoppgava blir det undersøkt hvordan endring i spesifikke parametere påvirker oppskytingen til en vannrakett. Mer konkret tar oppgava for seg forskningsspørsmålet: «Hvordan påvirker trykk og fyllingsgrad kreftene til en vannrakett under oppskyting, og hva skal til for å få en «optimal» oppskyting?». Oppgava baserer seg på to serier med forsøk, der raketten har blitt skutt opp med ulike trykk-fyllingsgrad-kombinasjoner, og oppskytningskraften til raketten er blitt registrert. Rapporten redegjør for ulike måter å analysere resultatene på, og knytter resultatene opp mot relevant teori. I tillegg drøfter den hvorvidt de ulike analyse-verktøyene er hensiktsmessige i forhold til de begrensningene det må tas hensyn til. Det viser seg at kraftmåleren brukt i forsøkene utgjør en sentral svakhet, som påvirker flere av resultatene og analyse-metodene. Ut ifra de gjenstående verdifulle resultatene, trekkes konklusjonen at halvfull rakett i kombinasjon med så høyt trykk i raketten som mulig, gir den mest optimale oppskytingen. En nøyaktig beskrivelse av akkurat hvordan trykk og fyllingsgrad påvirker kreftene til raketten er det for lite data til å formulere. Ut ifra det utforskede dataområdet kan det likevel antas at kraften øker lineært etter trykket, og som en andregradsfunksjon etter fyllingsgraden.

Forord

Arbeidet med denne oppgaven har vist seg å være langt mer omfattende enn jeg først hadde forventet, og har til tider bydd på utfordringer som har vært svært krevende. Heldigvis har jeg underveis i forskningsprosjektet fått hjelp av flinke medvirkende som fortjener en takk:

Takk til min veileder Arild Vinkenes som hjalp med å begrense oppgaven og som har kommet med konstruktive tilbakemeldinger. En stor takk må også gis til faren min Stein Trygve Briskeby, som både har hjulpet til med forberedelser til forsøkene, og kommet med nyttig innsikt underveis i forskningsprosessen som har drevet meg fremover.

Oliver Briskeby-Stubban, Porsgrunn 10.03.2024

1. Innledning

1.1. Bakgrunn

Det finnes allerede mye forskning og utledninger innenfor temaet vannrakett. Likevel finnes det unike innfallsvinkler og områder som er mindre forsket på enn andre. Et fellestrekk i mange fagartikler om vannraketter, er at terskelen for å forstå innholdet er høy. Mange av de eksisterende artiklene inneholder forklaringer og utregninger som krever kjennskap til kompliserte integraler og differensiallikninger, utover pensumet for fysikk- og matematikk-fag i videregående skole. Derfor er tanken bak dette forskningsprosjektet å undersøke vannraketter på en måte som er forståelig for en med begrenset fysikk- og matematikkunnskaper (tilsvarende fysikk 2 og matematikk R2 pensum). Læren om vannrakett er spennende, og kan være inspirerende for de som synes raketter og fysikk er interessant. I tillegg er det et springbrett inn i forståelsen av romfart og hvordan «ordentlige» raketter fungerer.

1.2. Avgrensning, problemstilling og disposisjon

Målet med dette forskningsprosjektet er i utgangspunktet å finne ut hva som skal til for å gi en vannrakett en «optimal» flyvning, som vil si å sende den så høyt som mulig.

Å beskrive akkurat hvordan en vannrakett fungerer er ikke rett fram. For å få en fullstendig forståelse for vannraketter kreves det kunnskap innenfor aerodynamikk og fluidmekanikk, noe som er utenfor området til denne forskningsoppgava og videregående fysikkpensum. I fysikk 1 og 2 lærer vi om krefter og bevegelse i én og to dimensjoner. I tillegg utforskes betydningen av integralet, både i fysikk 2 og matematikk R2. Med hensyn til dette vil det være hensiktsmessig å utforske de målbare kreftene som virker på raketten, eller eventuelt diskutere bevegelse.

Det som gjør bevegelsen til vannraketter så vanskelige å forutsi, er at slike raketter har lav masse og lett blir påvirket av ytre krefter i det de flyr gjennom lufta. Små vinddrag kan føre til store variasjoner i banen til raketten, noe som skaper store feilkilder når det kommer til utendørsforsøk. Ved å holde raketten fast slik at den ikke påvirkes av vind og luftmotstand, vil derfor mange av de større usikkerhetene elimineres. I tillegg vil det teoretiske gjenspeiles bedre i praktiske forsøk som er satt under tilnærmet ideelle forhold.

Når det gjelder hvilke parametere ved en vannrakett som skulle forskes på, falt valget naturlig på starttrykk og vannmengde. Dette er parametere som er målbare og enkle å regulere.

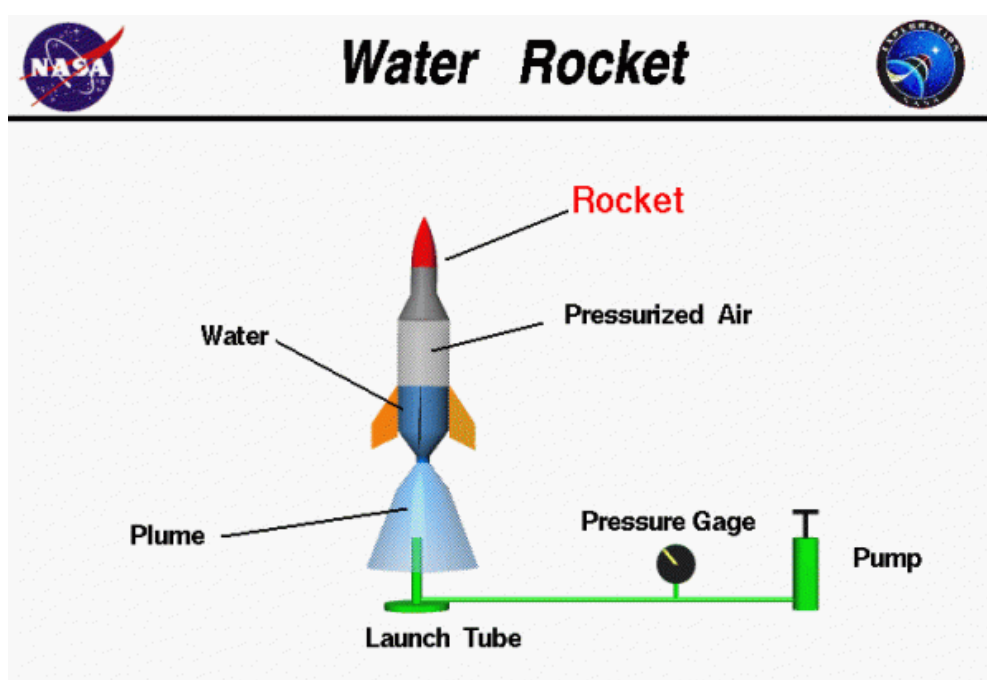
Med dette i tankene ble mitt forskningsspørsmål formulert slik: **Hvordan påvirker trykk og fyllingsgrad kreftene til en vannrakett under oppskytning, og hva skal til for å få en «optimal» oppskytning?**

Min hypotese til dette spørsmålet er at større trykk, samt rundt 30-40% fyllingsgrad vil gi best oppskytning. Dette er fordi stort trykk fører til større krefter som dytter ut vannet. I tillegg kreves det en vannbalanse i raketten slik at raketten ikke blir for tung, samtidig som at trykket har nok væske å dytte ned for å skape oppdrift.

I denne artikkelen blir relevant teori knyttet til vannraketter gjennomgått. Deretter blir forskningsmetoden forklart, og forsøkene beskrevet. Med utgangspunkt i den relevante teorien, vil resultatene fra forsøkene analyseres og diskuteres. På bakgrunn av dette forsøkes forskningsspørsmålet til slutt å besvares.

2. Teori

En vannrakett er en rakett som drives av luft og vann. Vanligvis er den laget av en 1,5-2 L plastikkflaske med tilfestede styrefinner og rakett-tupp. Raketten fylles med vann og blir festet til en lufttett utskytningmekanisme. Deretter tilføres det luft i raketten med en pumpe, som skaper et trykk inni raketten, som kan sammenlignes med en sammenpresset fjær. Når raketten er klar til oppskytning, løsnes den fra utskytningmekanismen og alt vannet i raketten dyttes ut i høy hastighet på grunn av det lagrede trykket. Samtidig dytter vannet med en like stor motkraft tilbake igjen på gassen i flasken, på grunn av newtons tredje lov (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhrehagen, 2022, s. 39). Denne motkraften gir raketten et løft og gjør at den tar av. Et enkelt rakett-oppsett illustreres i figur 2-1:



Figur 2-1: Enkel vannrakettmodell. Laget av NASA (NASA, 2023).

2.1. Utregning av kraft med hensyn på ekstra-veker

I forsøkene forklart senere sendes raketten inn i en kraftmåler som måler netto oppskytningskraft over tid. Denne kraftmåleren har en kraftbegrensning på ± 50 N, som vil si at den ikke kan måle dyttekrefter over 50 N. Siden dyttekraften til raketten er større enn dette, blir det lagt ekstra-veker oppå raketten, som reduserer hvor mye krefter raketten dytter på kraftmåleren med. For å finne ut hvor stor dyttekraft raketten egentlig har, sammenlignes kreftene som virker på raketten med og uten ekstra-veker.

Siden raketten blir holdt fast under oppskyting kan det antas at det ikke virker luftmotstand på den. I tillegg antas det at alle kreftene virker vertikalt. Med positiv retning oppover blir den totale dyttekraften til raketten uten ekstra-veker følgende:

$$\text{Likning 2-1: } \Sigma F_{\text{uten vekt}} = F - G_{\text{raket}} = F - mg$$

F er dyttekraften til raketten, G_{raket} er gravitasjonskraften, m er massen til raketten og g er tyngdeakselerasjonen på jorda.

Med ekstra-veker plassert oppå raketten, kan de sammen betraktes som et felles legeme. Kraftsummen på legemet blir da:

$$\text{Likning 2-2: } \Sigma F_{\text{med vekt}} = F - G_{\text{total}} = F - (M + m)g = F - Mg - mg$$

Der G_{total} er den totale tyngdekraften som virker på raketten og M er massen til ekstra-vektene.

I det raketten kolliderer med kraftmåleren, vil raketten også bli påvirket av en normalkraft N . Dette er motkraften til kraften som blir registret av måleren, og kan derfor regnes som kjent. Hvis det blir antatt at raketten står i ro under kollisjonen, vil kraftsummen på raketten ifølge Newtons første lov være 0 (Fossum, Sandstad, Bergli, Dellnes, & Myhreagen, 2022, s. 39). Med utgangspunkt i likning 2-1 og 2-2 kan den oppskytningskraften til raketten ved enhver tid bestemmes:

$$\begin{aligned}\Sigma F &= 0 \\ \Sigma F_{\text{med vekt}} - N &= 0 \\ F - Mg - mg - N &= 0 \\ F - mg &= N + Mg\end{aligned}$$

$$\text{Likning 2-3: } \Sigma F_{\text{uten vekt}} = N + Mg$$

Denne likningen brukes senere for å regne ut oppskytningskraften til raketten med hensyn på ekstra-veker. Selv om massen til raketten m endrer seg over tid ettersom vannet forlater raketten, vil det ikke ha noe innvirkning på utregningene ovenfor. Hensikten med disse utledningene er å vise at den sanne oppskytningskraften kan regnes ut ved å legge sammen kraftmålingene med tyngdekraften til ekstra-vektene. Verdt å nevne er også at likning 2-3 bare er gyldig så lenge raketten er i kontakt med kraftmåleren, som vil si når $N \geq 0$. Dette gjelder altså bare når oppskytningskraften til raketten er større enn tyngdekraften til ekstra-vektene.

2.2. Impuls

I tillegg til kraften som måles av kraftmåleren, er impuls nyttig for å vurdere kvaliteten til en oppskytning. Impuls er definert som endring i bevegelsesmengde, og kan regnes ut som den tidsintegreerte til en kraft mellom to tidspunkt t_0 og t_1 (Hofstad, 2022):

$$\text{Likning 2-4: } I = \Delta p = \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt$$

Siden oppskytningskraften til raketten er kjent, kan dette integralet tilnærmes. Resultatet vil beskrive hvor mye bevegelsesmengden til raketten kunne endret seg dersom den hadde blitt skutt rett opp, uten å bli holdt igjen. Dette kan være et nyttig mål på hvor god en oppskytning er, og vil brukes i analyse-kapittelet. Igjen er det verdt å merke seg at massen til raketten ikke er konstant under oppskytningen, siden det skytes vann ut av den. Fartsendringen kan derfor ikke regnes ut som kvotienten av impulsen og massen, men må regnes ut med hensyn på at massen endrer seg over tid.

3. Metode

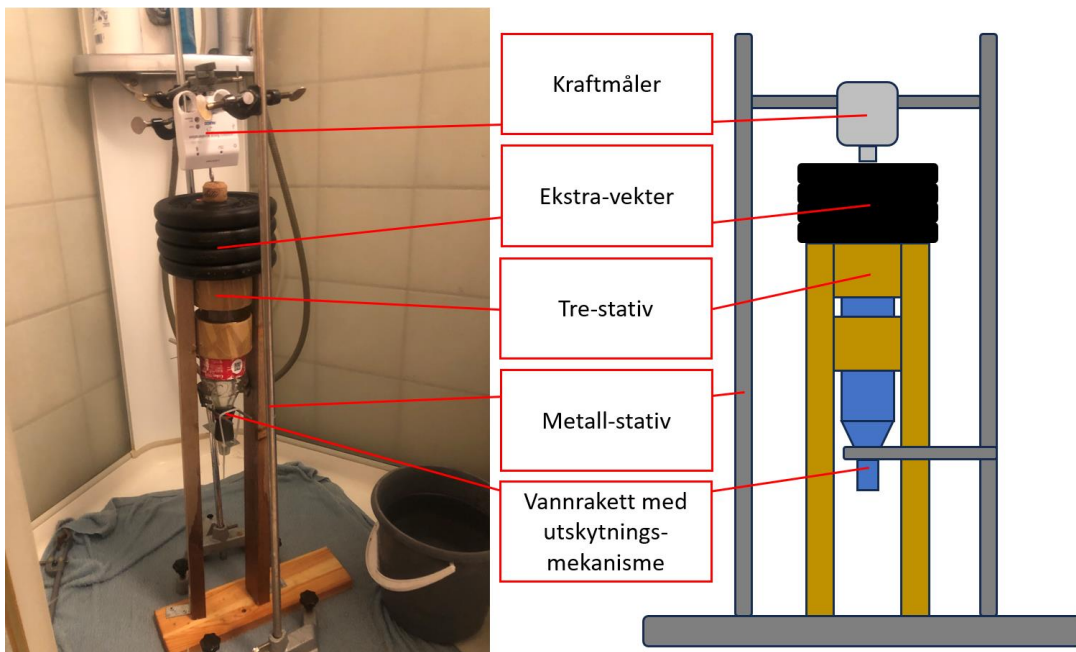
Forsøkene handler om å sende en vannrakett inn i en kraftmåler som registrerer vertikal oppskytningskraft over tid. For hvert forsøk ble starttrykket og fyllingsgraden til raketten loggført, og alle kraftmålingene ble registrert i programmet *PASCO Capstone*. Siden det var to uavhengige parametere som skulle forskes på, ble de systematisk undersøkt ved å kun variere én av gangen. Av hensyn til HMS og mengden vann involvert i undersøkelsen, ble alle forsøkene gjennomført i et dusjkabinett, der døra kunne stenges.

3.1. Utstysrliste

- Vannrakett (0,5L brusflaske)
- Kraftmåler (*PASCO PS-3202*)
- Stativ til kraftmåler
- Stativ til vannrakett
- Utskytningsmekanisme med luftventil
- Ekstra-vekter (8185 g)
- Kalibreringsvekt (1101 g)
- Pumpe med manometer
- Vann (romtemperert)
- PC (med programvaren *PASCO Capstone 2.5.0*)

3.2. Forsøksoppsett

Som vist i figur 3-1, bestod forskningsoppsettet både av et tre-stativ og et metall-stativ. Tre-stativet var til for å støtte raketten fra siden, slik at den skulle holde seg på plass under oppskytning. Dette stativet holdt også ekstra-vektene på plass før og etter oppskytning. Kraftmåleren var festet i metallstativet, som også støttet raketten nedentil før og etter forsøkene. For å holde arbeidsveien til raketten så lav om mulig ble metall-stativet justert slik at raketten nesten dyttet opp i ekstra-vektene nedenifra, og kraftmåleren var festet så tett som mulig på vektene ovenfra.



Figur 3-1: Bilde og modell av forskningsoppsett med forklaringsbokser.

Utskytningsmekanismen bestod av en sykkelventil, en gummipropp og en metallplate. Sykkelventilen var stukket gjennom proppen og metallplata som vist på figur 3-2. Proppen ble puttet inn i tuten på raketten slik at åpningen ble helt tett. Mekanismen ble sikret til raketten med strips og spikere. Spikerne holdt fast i kanten på flasketuten, og stripsene var strammet for å holde metallplaten og spikerne sammen. Da dette var gjort og flaska var blitt tett, kunne raketten pumpes opp som vist på figur 3-3. Etter raketten var klargjort, ble den satt inn i stativet, vist i figur 3-4. Som på bildet, ble et lokk og en silikontupp festet utenpå ventilen for at den skal kunne absorbere støt under forsøkene uten å bli ødelagt. For å avfyre raketten ble stripsen klippet av med saks.



Figur 3-2: Utskytningsmekanisme.



Figur 3-3 Utskytningsmekanismen er festet og raketten tilføres luft.



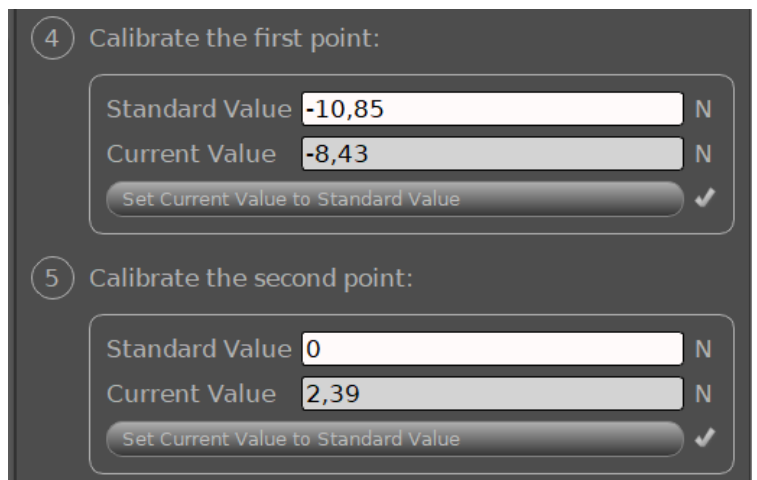
Figur 3-4: Raketten er klar, og har blitt festet til stativet.

3.3. Forberedelser

I forkant av forsøkene ble kraftmåleren kalibrert med programvarens *Two Standards*-kalibreringsverktøy. Dette kalibreringsverktøyet bruker to kjente kraftverdier, og justerer målesensoren lineær ut ifra disse verdiene. For den første kraftverdien ble det brukt en kalibreringsvekt med masse 1101 g, som tilsvarer en tyngdekraft på 10,85 N. Som vist på figur 3-5 ble kalibrerings-vektene hengt på kraftmåleren samtidig som denne kraftverdien ble tastet inn i programvaren (figur 3-6). For det andre referansepunktet ble vekten fjernet fra kraftmåleren, og 0 N ble tastet inn i programvaren. Under hele kalibreringsprosessen var kraftmåleren festet i det samme metallstativet som brukt under forsøkene. For å få så mange målinger som mulig, ble kraftmåleren satt til den høyeste målefrekvensen 1000 Hz.



Figur 3-5: Bilde av kraftmåler under kalibrering.



Figur 3-6: Bilde av kalibreringsverktøy i programvaren Pasco CAPSTONE. Negativt fortegn skyldes at kraften virker nedover og ikke oppover.

3.4. Utføring av forsøk

Forsøkene ble gjennomført i to serier; den første med konstant trykk og variert vannmengde, den andre med konstant vannmengde og variert trykk. Serie 1 ble gjennomført ved konstant trykk satt til 2 bar. Det ble testet vannmengder mellom 100 mL (20% fyllingsgrad) og 300 mL (60% fyllingsgrad) med økning på 50 mL mellom hvert forsøk. Ettersom raketten trengte hjelp med å løsne fra utskyttingsmekanismen og ta av ved fyllingsgrad over 60%, ble det ikke testet høyere vannmengde enn dette. Lavere vannmengde enn 100 mL ble ikke testet fordi det ikke gav utslag på kraftmåleren med den valgte ekstra-vekten. Serie 2 ble gjennomført i intervallet 1,25 bar til 2,75 bar med økning på 0,25 bar mellom hvert forsøk. Vannmengden var satt til 200 mL vann (40% fyllingsgrad). Lavere trykk enn 1,25 bar gav samme virkning som å ha for mye vann i raketten; den ville ikke løsne fra utskyttingsmekanismen og kunne ikke ta av på egen hånd. Forsøk ved 3 bar eller mer ble heller ikke gjennomført, siden dette ville krevd tyngre ekstra-vekter med enda større belastning på systemet. Tabell 3-1 viser alle forsøkene som ble gjennomført.

Serie 1		Serie 2	
Trykk	Fyllingsgrad	Trykk	Fyllingsgrad
2,00 bar	100 mL (20%)	1,25 bar	200 mL (40%)
2,00 bar	150 mL (30%)	1,50 bar	200 mL (40%)
2,00 bar	200 mL (40%)	1,75 bar	200 mL (40%)
2,00 bar	250 mL (50%)	2,00 bar	200 mL (40%)
2,00 bar	300 mL (60%)	2,25 bar	200 mL (40%)
		2,50 bar	200 mL (40%)
		2,75 bar	200 mL (40%)

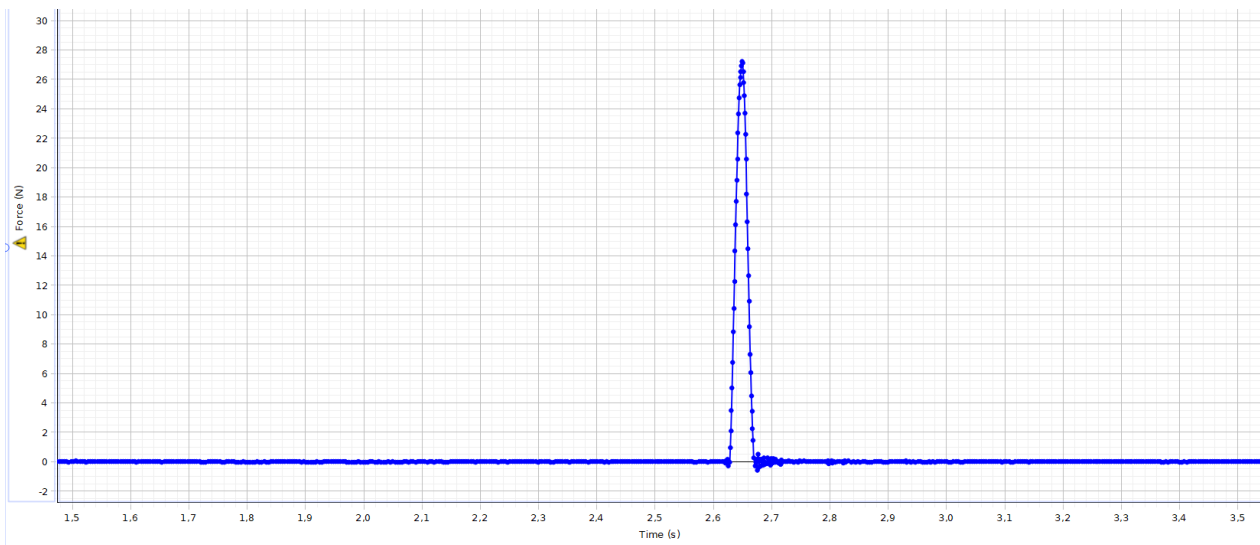
Tabell 3-1: Oversikt over alle forsøkene, fordelt på to serier.

3.5. Framgangsmåte

1. Fulle vannraketten med riktig vannmengde og forsegle den
2. Pumpe opp riktig trykk i raketten
3. Feste raketten til stativ
4. Starte kraftmåler
5. Fjerne forseglingen slik at vannraketten tar av

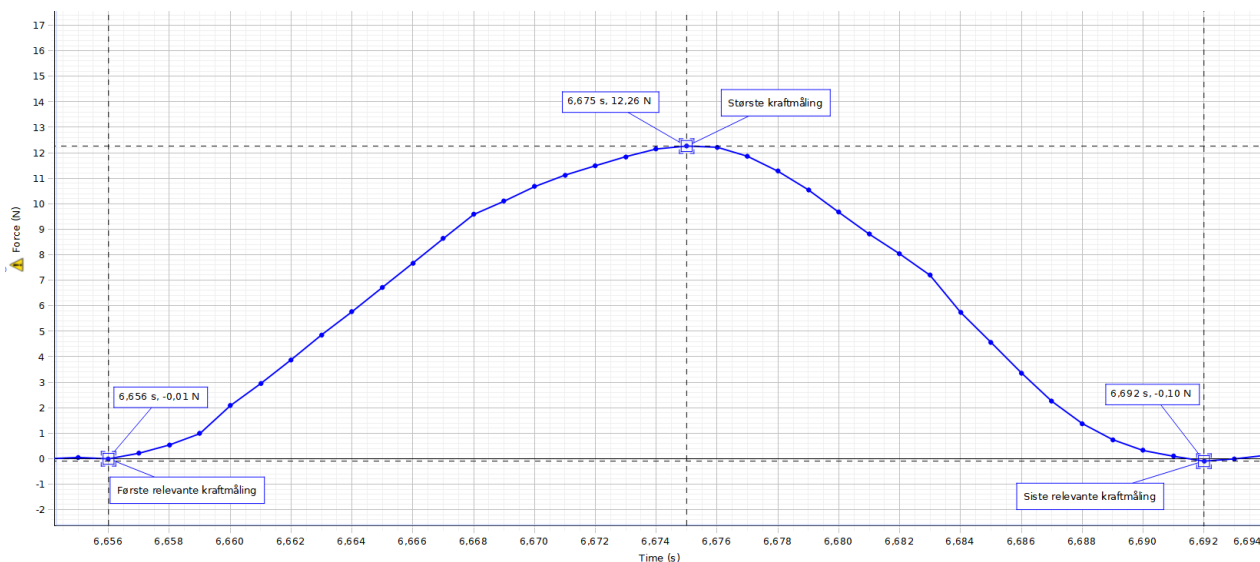
4. Resultater

To serier med forsøk resulterte i alt med 11 datafiler, som inneholder kraftregistreringer fra hvert sitt forsøk. Rådataen gir en liste med punkter beskrevet av tid og kraft. I Pasco CAPSTONE kan disse punktene fremstilles grafisk som vist i figur 4-1. Alle forsøkene resulterte i et kort kraft-hopp som vist på bildet.



Figur 4-1: Utsnitt fra Pasco CAPSTONE med rådata i fra et av forsøkene.

For å hente ut brukbare resultater av datafilene ble hver fil gått gjennom og behandlet: Først ble alle de kritiske punktene for analysen markert. Dette inkluderer første relevante kraftmåling, siste relevante kraftmåling og største kraftregistrering. Første relevante kraftmåling er det datapunktet som kommer rett før kraft-hoppet, som vil si når raketten begynner å dytte på kraftmåleren. Siste relevante kraftmåling er det punktet rett etter krafthoppet, som vil si når raketten slutter å dytte på kraftmåleren. Tidsintervallet mellom første og siste relevante kraftmåling kalles kollisjonstid. Kollisjontiden er den tiden hvor raketten kolliderer med kraftmåleren og yter en målbar kraft. Den regnes ut ved å ta tidsdifferansen mellom første og siste relevante kraftmåling. Største kraftregistrering (maksimalkraft) er det datapunktet som har høyest kraft-verdi.



Figur 4-2: Relevante kraftmålinger fra et av forsøkene markert.

I tillegg har impulsen blitt beregnet ved å finne arealet under kraft-grafen mellom første og siste relevante kraftmåling. Dette ble gjort numerisk ved hjelp av trapesmetoden. Trapesmetoden går ut på å legge sammen arealene til alle trapesene som dannes av grunnlinja (tidsaksen) og to påfølgende datapunkter (Haraldsrud, 2022). Programkoden brukt til utregningene ligger vedlagt (se Vedlegg 1). Siden kraftmålingene er ulik den totale oppskytningskraften (forklart i 2.1), er ikke dette arealet representativt for hele impulsen under hele kollisjonstiden. Derfor er også *impuls med hensyn på ekstra-vekter* regnet ut. Denne verdien tar utgangspunkt i den numeriske utregningen av kraft-tid-arealet, og legger til arealet til et rektangel med høyde lik tyngdekraften til ekstra-vektene, og bredden lik kollisjonstiden til den enkelte oppskytingen. *Maksimal kraft med hensyn på ekstra-vekter* kan regnes ut tilsvarende ved å ta utgangspunkt i den målte makskraften og legge til tyngden til ekstra-vektene, som vist i likning 2-4.

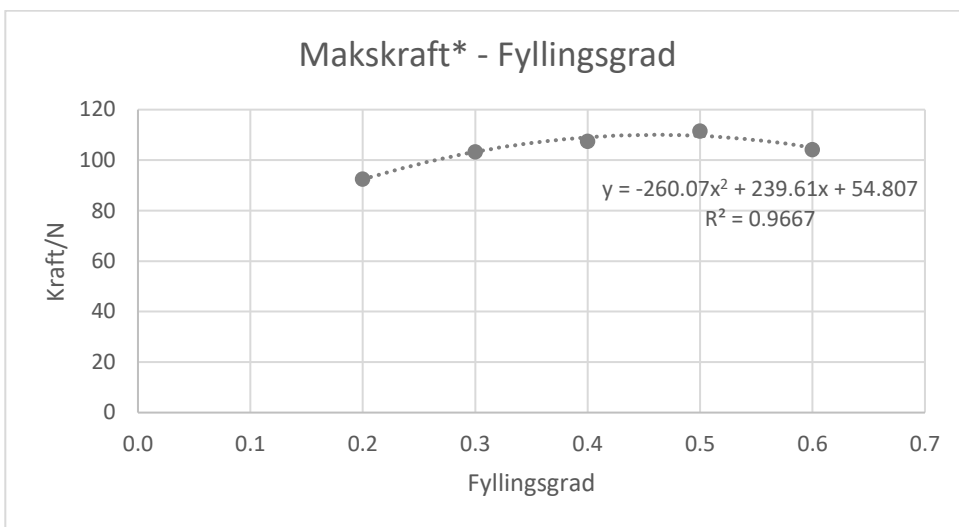
4.1. Serie 1: konstant trykk, variert vannmengde

Resultater med bearbeidet data fra serie 1 presenteres i tabell 4-1 nedenfor. Noen av resultatene fra tabellen presenteres også grafisk. Ved hjelp av regresjonsverktøyet i *Excel* er det lagt til et tilnærmingsuttrykk i form av trendlinjer. Uttrykket til hver av tilnærmingerne er lagt til i grafikkbildet, sammen med den korresponderende R-kvadrert-verdien til uttrykket. Dette er et tall mellom 0 og 1 som skal beskrive hvor nøyaktig tilnærmingen er, der 0 er helt unøyaktig og 1 er helt nøyaktig.

Fyllingsgrad	Maksimal kraft (N)	Maksimal kraft* (N)	Kollisjonstid (ms)	Impuls (kg m/s)	Impuls* (kg m/s)
0,2	12,26	92,55	36	0,2314	3,122
0,3	23,03	103,32	46	0,5575	4,251
0,4	27,24	107,53	44	0,6192	4,152
0,5	31,26	111,55	53	0,8692	5,125
0,6	23,92	104,21	46	0,5936	4,287

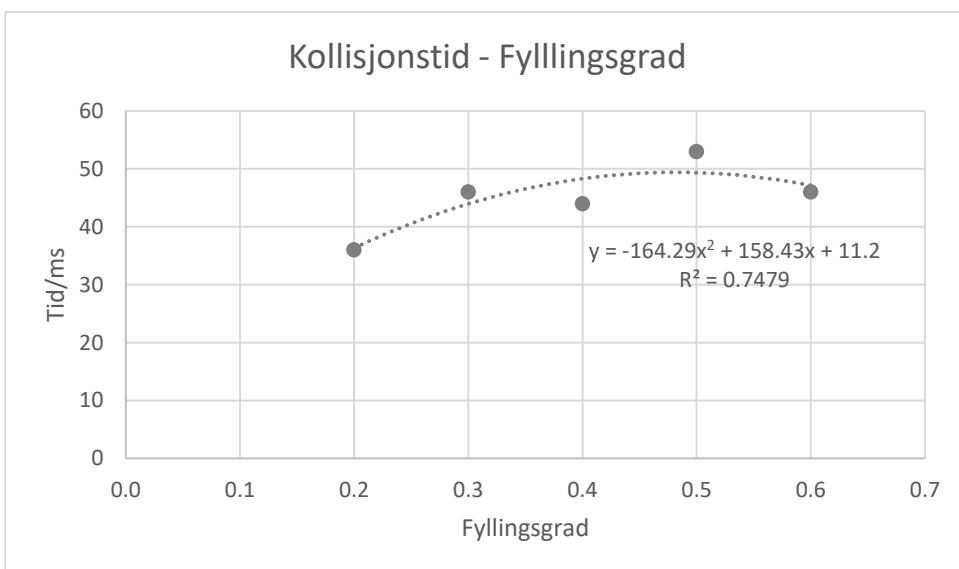
Tabell 4-1: Resultater fra forsøk med variert vannmengde *(Tar hensyn til måledifferansen på grunn av ekstra-vekter).

Graf 4-1 viser den målte makskraften med hensyn på ekstra-vekt ved ulike fyllingsgrader:



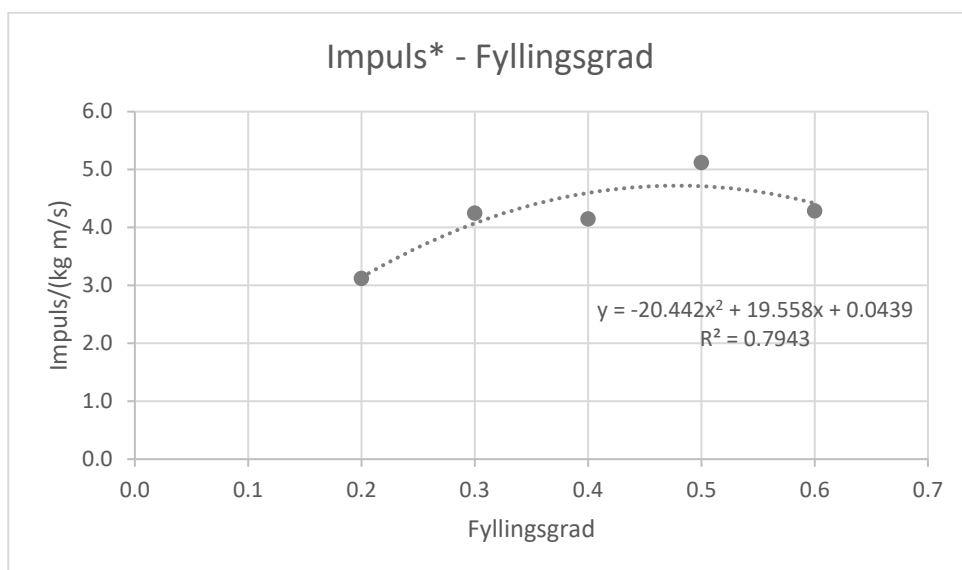
Graf 4-1: Makskraft-fyllingsgrad-graf.

Graf 4-2 viser den utregnede kollisjonstiden ved ulike fyllingsgrader:



Graf 4-2: Kollisjonstid-fyllingsgrad-graf.

Graf 4-3 viser beregnet impuls med hensyn på ekstra-vekter ved ulike fyllingsgrader:



Graf 4-3: Impuls-fyllingsgrad-graf.

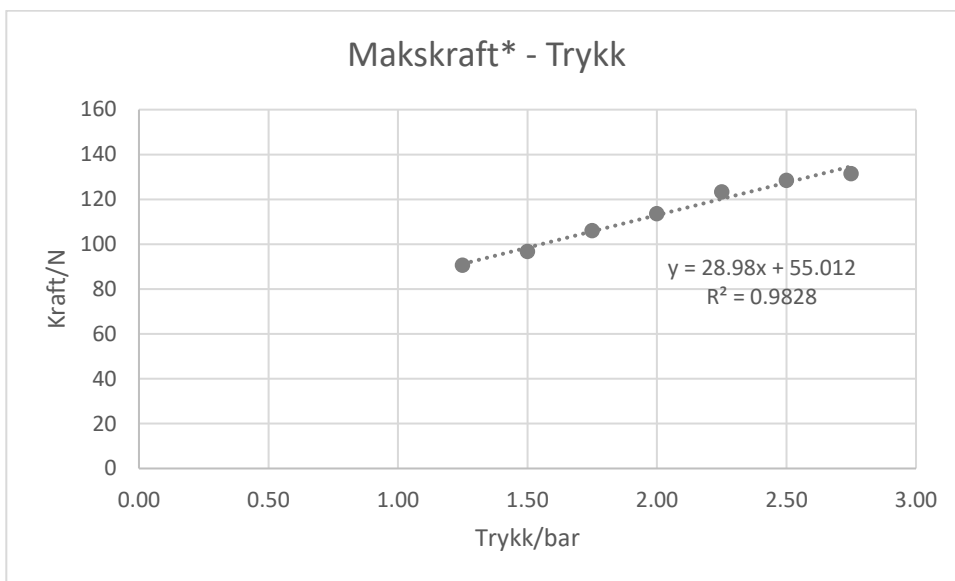
4.2. Serie 2: konstant vannmengde, variert trykk

Tilsvarende resultater og bearbeidet data som vist i tabell 4-1 fra serie 2 vises i tabell 4-2. Det samme resultatutvalget i 4.1 fra serie 2 vises også grafisk. Regresjonsmodeller og tilsvarende R-kvadrert-verdi er også lagt til.

Trykk (bar)	Makskraft (N)	Makskraft* (N)	Kollisjonstid (ms)	Impuls (kg m/s)	Impuls* (kg m/s)
1,25	4,25	90,73	31	0,0742	0,3475
1,5	10,33	96,81	43	0,3658	0,7448
1,75	19,7	106,18	45	0,4864	0,8831
2,00	27,24	113,72	44	0,6192	1,0071
2,25	36,94	123,42	51	1,0455	1,4951
2,5	42,03	128,51	52	1,1624	1,6208
2,75	44,99	131,47	61	1,3654	1,9031

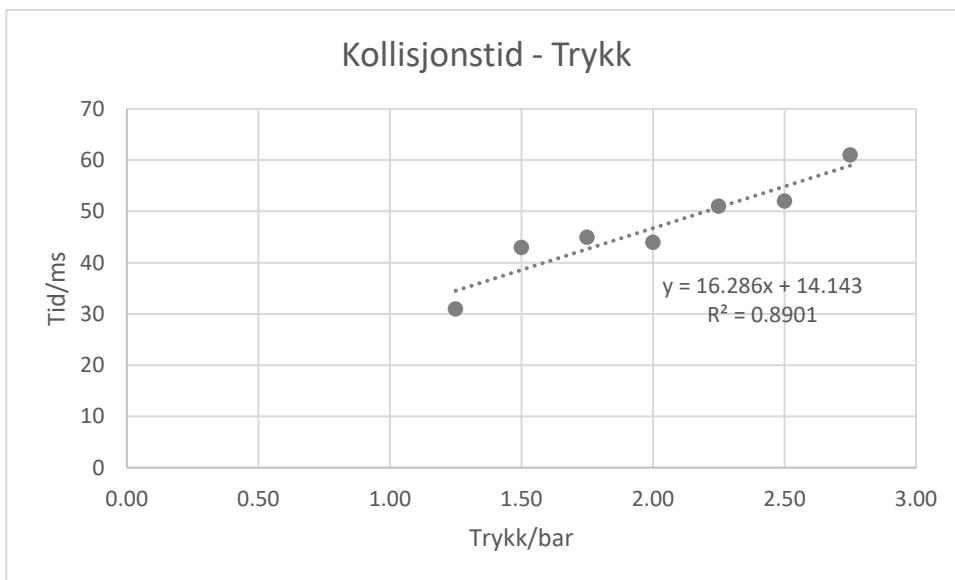
Tabell 4-2: Resultater fra forsøk med variert trykk *(Tar hensyn til måledifferansen på grunn av ekstra-vekter).

Graf 4-4 viser den målte makskraften med hensyn på ekstra-vekt ved ulikt starttrykk:



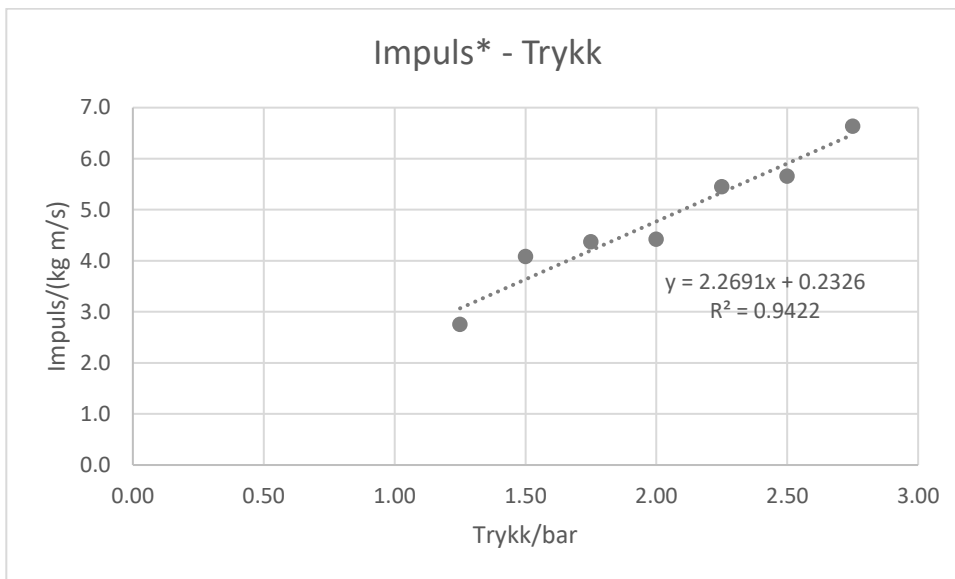
Graf 4-4: Makskraft-trykk-graf med hensyn på ekstra-vekt.

Graf 4-5 viser den utregnede kollisjonstiden ved ulikt starttrykk:



Graf 4-5: Kollisjonstid-trykk-graf.

Graf 4-6 viser beregnet impuls med hensyn på ekstra-vekter ved ulikt starttrykk:



Graf 4-6: Impuls-trykk-graf.

5. Analyse

Resultatene fra serie 1 vist i 4.1, tyder på at økt vannmengde gir bedre oppskytning opptil halvfull flaske, men at mer vann enn dette gir mindre krefter og dårligere oppskytningssevne. Graf 4-1 antyder at makskraften avhengig av fyllingsgraden oppfører seg som et andregradsuttrykk, med mest optimal oppskytning mellom 40% og 50% fyllingsgrad. Impulsen med hensyn på ekstra-vekt (graf 4-2) og kollisjonstid (graf 4-3) støtter denne trenden, men har større avvik i forhold til makskraft, ifølge R-kvadrert-verdien. Teoretisk sett gir det mening at den optimale fyllingsgraden skal befinne seg i et område rundt halvfull flaske, siden flasken ikke må bli for full, samtidig som det må være nok vann til at alt potensialet i trykket blir utnyttet. 4.1-resultatene samsvarer med denne teorien. Med utgangspunkt i regresjonsmodellene for makskraft, kollisjonstid og impuls illustrert i graf 4-1, 4-2 og 4-3 tilsvarende, blir den beste fyllingsgraden følgende:

Beste fyllingsgrad	
Makskraft	46,1 %
Kollisjonstid	48,2 %
Impuls	47,8 %
Gjennomsnitt	47,4 %

Tabell 5-1: Beste fyllingsgrad ut ifra de ulike regresjonsmodellene. Gjennomsnittet er også regnet ut.

Alle resultatene illustrert i 4.2 indikerer tydelig at høyere trykk fører til mer kraft og bedre oppskytningssevne. Dette er lite overraskende, siden økt trykk tilsvarer økt kraft per overflateareal, som vil si større krefter som dytter vannet ut av raketten. I det utforskede dataområdet antar datapunktene en tilnærmet lineær trend for makskraft, kollisjonstid og impuls, i figur 4-4, 4-5 og 4-6. Som understreket av R-kvadrert-tallet følger punktene denne trenden med relativt høy nøyaktighet. Det er likevel ikke sikkert at målingene hadde fortsatt å oppføre seg lineært for høyere eller lavere starttrykk-verdier.

5.1. Beregning av oppskytningsstid

En betydelig usikkerhet så langt er at forsøkene var avhengige av ekstra-vekt for å dempe raketten. Som beskrevet i teorikapittelet, medfører bruken av vekter at raketten er nødt til å møte en kraftterskel tilsvarende tyngdekraften til ekstra-vektene før det gir noe utslag på kraftmåleren. Det er derfor ikke mulig å måle hva som skjer i tidsrommene utenfor kollisjonstiden, som betyr at kollisjonstiden ikke representerer hele oppskytingen. Likevel kan den totale oppskytningsstiden tilnærmes algebraisk ved å finne et kraftuttrykk, og beregne tiden raketten virker med en kraft oppover. Som en forenkling kan det antas at kraft-uttrykket følger en parabel. For å gjøre utregningene enklere, kan parabelen sentreres rundt $t = 0$. Dette gir det generelle kraft-uttrykket: $F(t) = At^2 + C$. I utgangspunktet blir det ikke tatt hensyn til ekstra-vekt, så konstantleddet C kan skrives som maks-kraften til raketten F_m . For å regne ut A -koeffisienten, brukes kollisjonstiden t_k . Siden andregradsuttrykket er sentrert rundt 0, vil den ha nullpunkter ved $t = \pm \frac{t_k}{2}$. Dette gir følgende:

$$\begin{aligned}
 F\left(\frac{t_k}{2}\right) &= 0 \\
 A\left(\frac{t_k}{2}\right)^2 + F_m &= 0 \\
 A\left(\frac{t_k}{2}\right)^2 &= -F_m \\
 A &= -\frac{F_m}{\left(\frac{t_k}{2}\right)^2} = -\frac{4F_m}{t_k^2} \\
 \Rightarrow F(t) &= -\frac{4F_m}{t_k^2}t^2 + F_m
 \end{aligned}$$

For å ta hensyn til ekstra-vektene og finne den totale kollisjonstiden, kan tyngdekraften til ekstra-vektene F_g legges til. Det fullstendige uttrykket for kraft over tid blir da:

$$\text{Likning 5-1: } F(t) \approx -\frac{4F_m}{t_k^2}t^2 + F_m + F_g$$

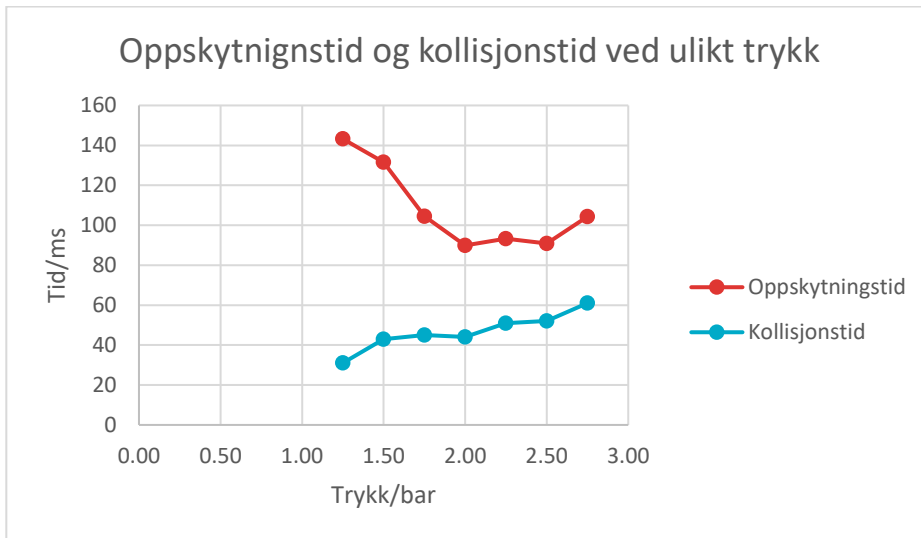
Avstanden mellom nullpunktene til denne forenklingen vil gi en tilnærming for den totale oppskytningsstiden. Nullpunktene finnes algebraisk:

$$\begin{aligned}
F(t) &= 0 \\
-\frac{4F_m}{t_k^2}t^2 + F_m + F_g &= 0 \\
-\frac{4F_m}{t_k^2}t^2 &= -F_m - F_g \\
t^2 &= \frac{-F_m - F_g}{-F_m} * \frac{t_k^2}{4} \\
t &= \pm \sqrt{\frac{F_m + F_g}{F_m} * \left(\frac{t_k}{2}\right)^2} \\
t &= \pm \frac{t_k}{2} \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
\Rightarrow t_0 &= -\frac{t_k}{2} \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
\Rightarrow t_1 &= \frac{t_k}{2} \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}}
\end{aligned}$$

t_0 og t_1 representerer starten og slutten av oppskytingen. Oppskytingstiden T kan regnes ut som differansen mellom dem. Uttrykket for oppskytingstid blir:

$$\text{Likning 5-2: } T \approx t_1 - t_0 = t_k \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}}$$

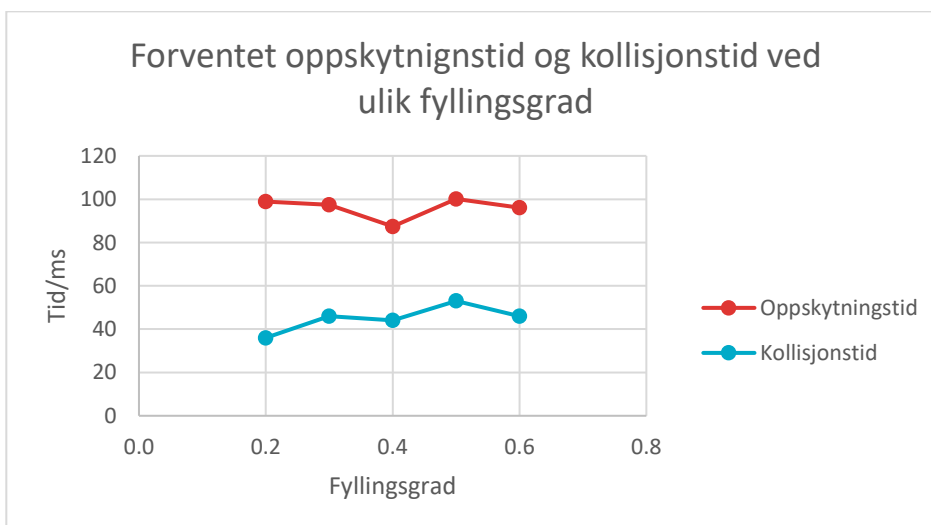
Med utgangspunkt i likning 5-2, kan den forventede oppskytingstiden til hvert forsøk beregnes ut ifra oppskytingens kollisjonstid og makskraft. Graf 5-1 viser forventet oppskytingstid sammenlignet med kollisjonstid ved de testede starttrykkene i serie 2. Fra venstre ser det ut til at oppskytingstiden går nedover når trykket i raketten øker. Dette er forventet, siden høyere trykk teoretisk sett medfører at vannet forlater raketten raskere og at oppskytingen blir kortere. Ved trykk over 2 bar, brytes denne trenden. I en praktisk situasjon kunne dette fenomenet blitt begrunnet med at det gjenværende trykket i raketten etter at alt vannet er dyttet ut, blir så stort at det gir raketten et siste lite løft. Likevel ser det ikke ut i dataene (eksempelvis figur 4-2) til at kraften til raketten oppnår en ny høyde etter makskraft er nådd. Grunnen til at oppskytingstiden i graf 5-1 begynner å øke igjen skyldes antakeligvis at tilnærmingen for oppskytingstid ikke er helt riktig. Selv om toppen av kurven i figur 4-2 ser ut som en parabel, vil den antakeligvis ikke se slik ut resten av oppskytingen. Realistisk sett ville kraft-tid-grafen øke veldig raskt til å begynne med, oppnå en topp som i figur 4-2, og avta igjen over et lenger tidsrom enn den økte.



Graf 5-1: Beregnet oppskytningstid (rød) sammenlignet med kollisjonstid (blå) ved ulikt starttrykk i raketten.

I tråd med det graf 5-1 viser, er det likevel realistisk å anta at differansen mellom oppskytningstid og kollisjonstid blir smalere jo høyere trykket blir. Dette er fordi høyere trykk fører til økt total kraft, og at kraften befinner seg over kraft-terskelen under en større andel av oppskytningen. Dermed vil også en større andel av den totale oppskytningen vises i datamaterialet ved høyere trykk enn den gjør ved lavt trykk. Dette medfører en større underestimering av impuls for oppskytninger ved lavere trykk, siden oppskytningen blir dårligere representert i dataene fra disse forsøkene.

Oppskytningstiden kan også estimeres for forsøkene i serie 1. Graf 5-2 viser tilsvarende data som graf 5-1, for serie 1. Den estimerte oppskytningstiden oppfører seg relativt likt som kollisjonstiden ved ulik fyllingsgrad. Dette kan tyde på at en forholdsvis lik andel av oppskytningen blir representert i datamaterialet uavhengig av fyllingsgraden.



Graf 5-2: Beregnet oppskytningstid (rød) sammenlignet med kollisjonstid (blå) ved ulik fyllingsgrad.

5.2. Alternativ impuls-utregning

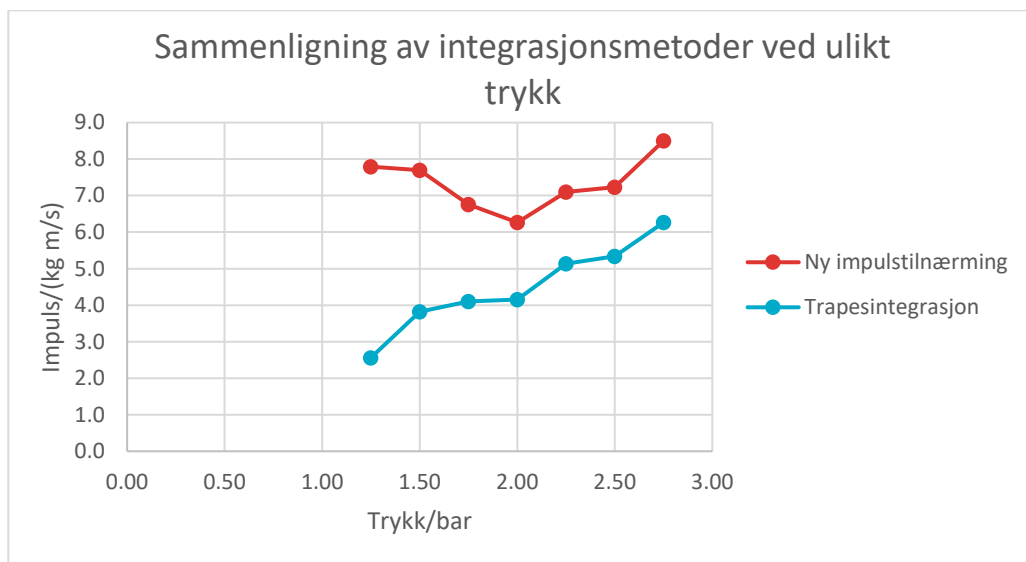
En naturlig fortsettelse er å bruke kraftuttrykket utledet i 5.1 til å finne en approksimasjon for den totale impulsen under hele oppskytingen. Med utgangspunkt likning 5-1 og nullpunktene t_0 og t_1 blir det nye impuls-uttrykket:

$$\begin{aligned}
 I &= \int_{t_0}^{t_1} F(t) dt \\
 &\approx \int_{t_0}^{t_1} -\frac{4F_m}{t_k^2} t^2 + F_m + F_g dt \\
 &= \left[-\frac{4F_m}{3t_k^2} t^3 + (F_m + F_g)t \right]_{t_0}^{t_1} \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} t_1^3 + (F_m + F_g)t_1 \right) - \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} t_0^3 + (F_m + F_g)t_0 \right) \\
 &= -\frac{4F_m}{3t_k^2} (t_1^3 - t_0^3) + (F_m + F_g)(t_1 - t_0) \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} (t_1^2 + t_1 t_0 + t_0^2) + F_m + F_g \right) (t_1 - t_0) \quad , \text{ setter inn for } t_0 = -t_1 \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} (t_1^2 + t_1(-t_1) + (-t_1)^2) + F_m + F_g \right) (t_1 - (-t_1)) \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} t_1^2 + F_m + F_g \right) 2t_1 \quad , \text{ setter inn for } t_1 = \frac{t_k}{2} + \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} \left(\frac{t_k}{2} \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \right)^2 + F_m + F_g \right) t_k \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
 &= \left(-\frac{4F_m}{3t_k^2} \left(\frac{t_k^2}{4} \right) \left(1 + \frac{F_g}{F_m} \right) + F_m + F_g \right) t_k \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
 &= \left(-\frac{F_m}{3} \left(1 + \frac{F_g}{F_m} \right) + F_m + F_g \right) t_k \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
 &= \left(-\frac{F_m}{3} - \frac{F_g}{3} + F_m + F_g \right) t_k \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}} \\
 &= \frac{2t_k}{3} (F_m + F_g) \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}}
 \end{aligned}$$

Likning 5-3: $I \approx \frac{2t_k}{3} (F_m + F_g) \sqrt{1 + \frac{F_g}{F_m}}$

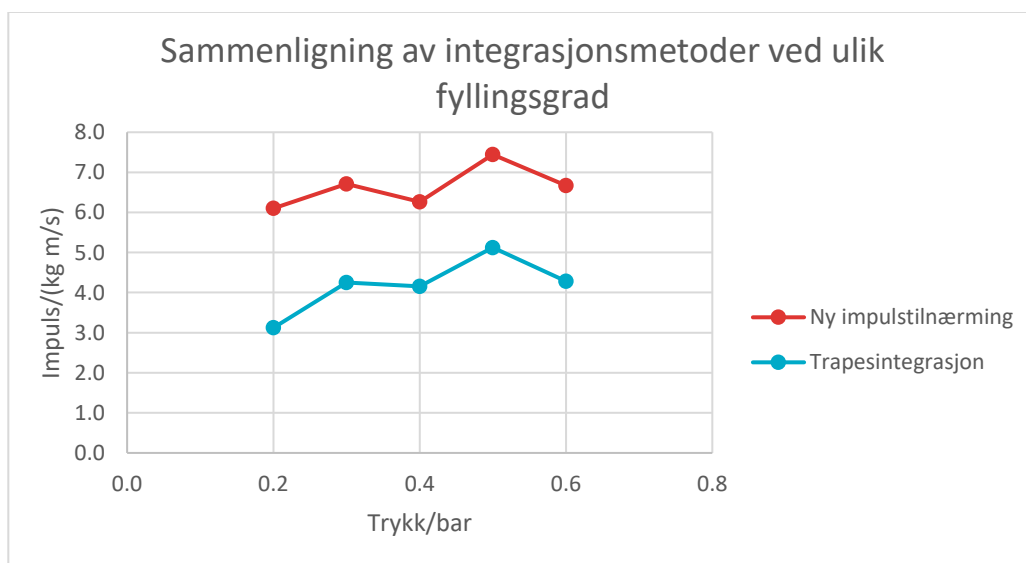
Dette uttrykket gir en tilnærming for den totale impulsen til en oppskyting ut ifra oppskytingens kollisjonstid og makskraft. I graf 5-3 sammenlignes den nye impulstilnærmingen med det originale impuls-arealet med hensyn på ekstra-vektor forklart i kapittel 4, ut ifra serie 2. Den nye

impulstilnæringen stemmer hverken overens med den opprinnelige tilnæringen eller med hva som kan forventes. Det er lite logisk at impulsen synker, møter et bunnpunkt, og så øker igjen når trykket økes. Grunnen til den urealistiske formen på impuls-trykk-grafen kan igjen skyldes at krafttilnæringen er unøyaktig.



Graf 5-3: Ny integrasjonsutregning (rød) sammenlignet med trapesintegrasjon med hensyn på ekstra-vekter (blå) ved ulikt starttrykk i raketten

Den nye impulstilnæringen er også brukt på serie 1, og sammenlignes med impuls-arealet med hensyn på ekstra-vekter i graf 5-4. I likhet med graf 5-2 følger begge linjene med datapunkter samme bevegelsesmønster. Det er likevel lite å trekke ut ifra grafen siden det er så få datapunkter, og at de ikke antar en tydelig trend.



Graf 5-4: Ny integrasjonsutregning (rød) sammenlignet med trapesintegrasjon med hensyn på ekstra-vekter (blå) ved ulik fyllingsgrad.

6. Drøfting

Denne undersøkelsen har vært avhengig av måleutstyr for å regulere parameterne trykk og fyllingsgrad i forberedelser til forsøkene, samt måle dyttekraft under forsøkene. Måleutstyret brukt er kraftmåler, vekt og manometer (trykkmåler).

Vekta ble brukt til å måle opp riktig vannmengde til raketten, og måle massen til ekstra-vekter og kalibrerings-vekter. Av alt måleutstyret har vekta antakeligvis minst potensiale til forplantning av feilkilder. For det første ble alle målingene utført med en presisjon på $\pm 0,5$ g, som utgjør marginale unøyaktigheter i forhold til hva som kan forventes av andre feilkilder. I tillegg ble samme vekt brukt under hele forsøket, og vekta stod på samme underlag under alle målingene. Dette betyr at eventuelle feil i måleevnen til vekta bare bidrar til små systematiske feilforplantninger, som ikke får betydelige utslag i resultatene. Det skal understrekes at feil i måleevnen til vekta vil ha direkte innvirkning på måleevnen kraftmåleren, siden massen til kalibreringsvekten ble målt på vekta, men slike eventuelle feil er neglisjerbare.

Manometeret har derimot et større potensiale for å introdusere tilfeldige feil i resultatene. Ettersom et eget dedikert manometer ikke var tilgjengelig, var det manometeret på selve pumpa som ble brukt under forsøkene. Som vist på figur 6-1 måtte manomernålen avleses på øyemål med en avlesningssikkerhet på $\pm 0,1$ bar. Det er derfor en menneskelig usikkerhet når det kommer til å justere riktig trykk i raketten. Dette gjelder spesielt for trykk-verdier som 1,25 bar eller 1,75 bar, siden nøyaktigheten i avleseren ikke er godt egnet til å måle slike kvart-verdier. I tillegg må pumpa løsnes fra ventilen på utskytningsmekanismen før hvert forsøk, som gjør at noe luft siger ut av raketten. Dersom pumpa ikke blir løsnet fra ventilen like fort hver gang, kan ulik mengde trykk gå tapt for hvert forsøk. Unøyaktig kraftavlesning og inkonsekvent bruk av pumpa er derfor med å innføre avvik i starttrykket i forhold til hva som er blitt loggført.



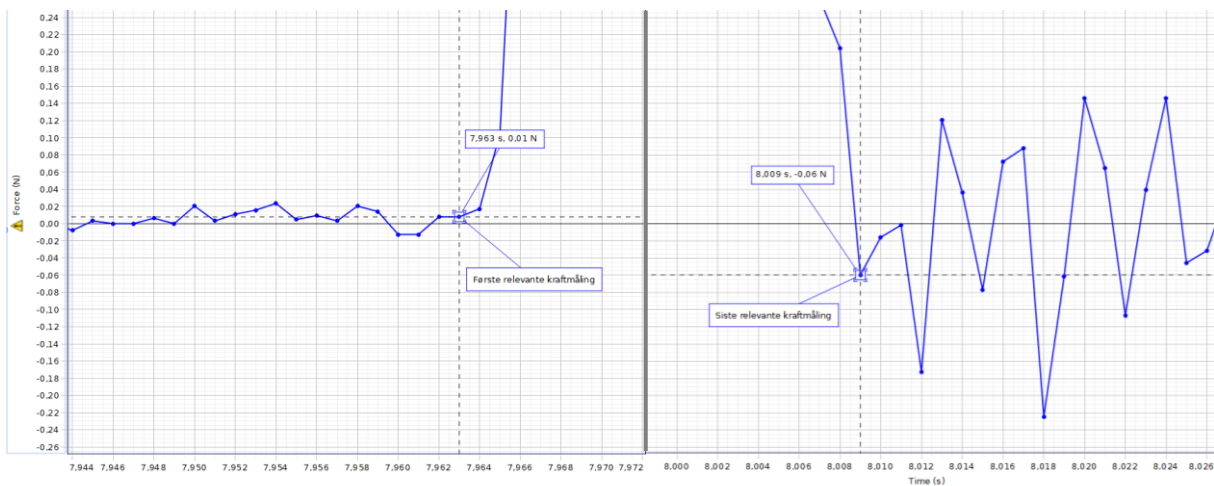
Figur 6-1: Manometeret til pumpa.

Kraftmåleren var det viktigste utstyret i dette forsøket. Som beskrevet i 3.3 ble den kalibrert ved å henge en kjent masse på sensoren, som virker med en drakraft nedover. En ulempe ved å kalibrere med drakraft i stedet for med dyttekraft er at måleren ikke blir kalibrert i det målområdet som

benyttes i forsøkene i. Dette kan medføre større unøyaktighet i måleevnen enn hvis sensoren hadde blitt kalibrert i samme målområde som forsøkene ble gjort i. Likevel er det lettere å få en jevn referansekraft dersom noe henger i ro fra kraftmåleren enn hvis noe skal balanseres oppå måleren, som gjør den valgte kalibreringsmetoden foretrukket.

Begrensningen til kraftmåleren på ± 50 N viser seg å være en sentral svakhet i denne undersøkelsen. I 5.1 ble det vist at denne begrensningen forårsaker en ujevn feilforplantning i forholdet mellom kollisjonstid og oppskytningstid, som også påvirker de numeriske impulsutregningene. Selv om dette problemet hovedsakelig viste seg i dataene fra serie 2 i graf 5-1, understreker det hvor mye informasjon som går tapt på grunn av målerens begrensning. På bakgrunn av dette kan det ikke trekkes noen konklusjoner ut ifra kollisjonstid og impuls. Når det kommer til impulsberegningene gjort etter tilnæringsmodellen for kraften i 5.2, kan det heller ikke trekkes noen konklusjoner fordi kraftuttrykket ikke stemmer.

Andre ustabiliteter i utstyret kan også føre til usikkerheter. Som beskrevet i 3.2 var kraftmåleren festet i et metall-stativ, og raketten ble støttet på siden av et tre-stativ. Under forsøkene ble det observert at disse stativene rister under og etter oppskytning. Skjelvene kommer også til syne i figur 6-2, hvor det er tydelige forskjeller i kraft-variasjonene før og etter oppskytning. Slike skjelv tyder på at systemet har blitt påvirket av raketten. Raketten kan for eksempel ha kommet i kontakt med tre-stativet under oppskytning, og gjennom friksjon kan noe av energien i raketten gått tapt. Alternativt kan elastisiteter i metallstativet ha absorbert noen av kreftene, som demper kollisjonen mellom raketten og kraftmåleren. Selv om slike ustabiliteter innfører visse usikkerheter, har de antakeligvis ikke noen betydelig påvirkning på resultatene.



Figur 6-2: Kraftmålinger før og etter relevant målområde.

En annen feilkilde verdt å trekke fram er valget av de kritiske punktene. Største kraftmåling (makskraft) ble valgt helt objektivt basert på hvilken kraftmåling som var høyest. Første og siste relevante kraftmåling måtte derimot evalueres etter hvor kraft-hoppet starter og slutter (se figur 6-2), som innfører en subjektiv unøyaktighet i resultatene. Upresist valg av disse punktene vil påvirke kollisjonstiden og den utregnede impulsen. Det vil i enda større grad påvirke impuls med hensyn på

ekstra-vekt, siden den er beregnet både ut ifra impulsen og kollisjonstiden. Denne feilkilden kan likevel regnes som lite signifikant i forhold til andre feilkilder.

Forskningsmetoden er også verdt å trekke fram. Grunnet tiden det tok å gjennomføre hver oppskytning, var det bare tid til å gjøre et begrenset antall forsøk. Siden både trykket og vannmengden skulle testes, ble bare en av parameterne variert av gangen. Ved å gjennomføre forsøk på denne måten, kommer det tydeligere fram hva det er som påvirker resultatene, framfor å endre parametere vilkårlig. Det blir derfor lettere å trekke konklusjoner basert på færre forsøk med denne metoden, som gjør den mer tidsbesparende.

Antall forsøk kan fortsatt anses som en svakhet i denne undersøkelsen. Resultatene i 4.1 tyder på at omtrent halvfull rakett gir den beste oppskytningen. Tabell 4-1 utdyper at den beste fyllingsgraden burde ligge mellom 46% og 48%. Det kan likevel ikke avklares med sikkerhet akkurat hva som er den helt optimale fyllingsgraden. Dersom det hadde vært flere forsøk gjort på mindre fyllingsgradsintervaller, hadde det vært tydeligere bevis på hvilken fyllingsgrad som er best. Det er heller ikke sikkert at alle sammenhengene som ble lagt fram tidligere belyser hele vannrakett-bildet. For eksempel kan endring i fyllingsgrad hatt en annen påvirkning på oppskytningen ved 2,5 bar i forhold til ved 2 bar, eller det kunne vært en annen «optimal» fyllingsgrad ved annerledes trykk. Siden det bare var gjort to runder med forsøk med forskjellige parameter-endringer, vil slike helhetlige sammenhenger forbli uoppdaget.

Størrelsen på raketten er også av betydning. Under alle forsøkene ble det brukt en 0,5 L brusflaske som rakett, som er relativt lite volum for en vannrakett. Det vanligste er å bruke 1,5 eller 2 L flasker som raketter, og det blir til og med brukt enda større beholdere i storskala forsøk. Grunnen til at det bare var brukt en 0,5 L rakett i denne undersøkelsen er at større flasker rommer enda mer drivstoff uten at det går på bekostning av fyllingsgrad-balansen, så de skaper antakeligvis langt større dyttekrefter enn hva en mindre beholder gjør. Dersom det hadde blitt brukt en enda større rakett, ville det vært nødvendig med enda tyngre ekstra-vekter for å dempe raketten, som fører til ytterligere begrensning av målområdet. I tillegg betyr større krefter enda større belastning på systemet, som øker sjansen for at noe kunne gått galt. Med utstyret brukt i denne undersøkelsen hadde det ikke vært forsvarlig å tredoble eller firedoble raketten volum uten å innføre ytterligere sikkerhetstiltak, som hadde gjort forskningsprosessen enda mer tidkrevende. Det skal fortsatt understrekes at det ikke er sikkert at de samme trendene hadde dukket opp dersom det hadde blitt brukt en større flaske som rakett. Det er for eksempel ikke sikkert at 40%-50% fyllingsgrad er optimalt for alle størrelser og fasonger på raketten.

Dersom denne undersøkelsen skulle blitt videreført, er det visse ting som kunne blitt gjort annerledes eller utdypet. Når det kommer til måleutstyr, er kraftmåleren den desidert største svakheten for undersøkelsen. En mer robust kraftmåler ville forbedret kvaliteten på forsøkene og hjulpet med å eliminere mange av problemene som oppstod underveis. I tillegg hadde et mer presist manometer og mindre luft-svinn gitt større troverdighet i forberedelsene av forsøket ved å sikre riktig starttrykk. En forbedret utskytningsmekanisme kunne også hjulpet med å redusere luft-svinn, og gjort forsøkene mulig å gjennomføre ved høyere trykk. For å få mer virkelighetsnære forsøk hadde det vært en fordel å bruke en 1,5 L eller 2 L rakett. Da kunne eventuelt også effekten av ulike

rakettstørrelser blitt sammenlignet. For en mer omfattende undersøkelse, hadde det vært ønskelig med flere forsøk. Dette kan både være å undersøke enda tettere intervaller, men også gjennomføre flere serier for å dekke et større trykk-fyllingsgrad-område. Disse endringene ville både økt kvaliteten på forsøkene, og gitt bedre resultater.

7. Konklusjon

Kvaliteten til oppskytningene ble undersøkt ved å analysere resultatene med flere ulike metoder. Flere av disse måtte lukes ut på grunn av usikkerheter knyttet til forsøkene. Av alle resultatene står maksimalkraft igjen som det mest nøyaktige målet på hvor god en oppskytning er. Forskningsspørsmålet stilt i starten av oppgaven er todelt: «Hvordan påvirker trykk og fyllingsgrad kreftene til en vannrakett under oppskytning?», og «Hva skal til for å få en «optimal» oppskytning?» Den første delen av spørsmålet kan delvis besvares gjennom resultatene i fra forsøkene. Maksimalkraft øker proporsjonalt med starttrykket, og oppfører seg som en andregradsfunksjon avhengig av fyllingsgrad. Grunnet manglede data og et begrenset målområde kan det likevel ikke besvares nøyaktig hvordan disse trendene er, eller om de gjelder for alle trykk-fyllingsgrad-kombinasjoner. Når det kommer til hva som er optimale forhold for en vannrakett, tilsier dataene at så høyt trykk som mulig kombinert med halvfull rakett, gir optimal oppskytning.

Kilder

Fossum, J.-C., Sandstad, M., Bergli, E., Dellnes, H. R., & Myhrehagen, H. V. (2022). *Kraft 2*. Oslo: CAPPELEN DAMM AS.

Haraldsrud, A. (2022). *Numerisk integrasjon*. Hentet fra UiO: Realfaglig programmering i skolen: https://realprog.no/docs/tema4_numeriske_metoder/integrasjon.html

Hofstad, K. (2022, januar 19). *Impuls (fysikk)*. Hentet fra Store Norske Leksikon: https://snl.no/impuls_-_fysikk

NASA. (2023, November 20). *Water Rocket*. Hentet fra NASA: Glenn Research Center: <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/water-rocket/>

Vedlegg 1 – Pythonkode for integraltilnærming

Koden er laget av Oliver Briskeby-Stubban:

```
import csv
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

filnavn = r'plassering\filnavn.csv' # datamatrealet må ligge i en csv-fil

t0 = 0.637 # skriv inn første relevante tidsmåling
T = 0.046 # skriv inn kollisjonstid

t = np.linspace(0, int((T)*1000), int(T*1000)+1)/1000 # liste med tider
F = [] # liste over kraftmålinger

with open(filnavn, encoding='utf-8-sig') as fil:
    filinnhold = csv.reader(fil, delimiter=';')
    overskrifter = next(filinnhold)
    for rad in filinnhold:
        if t0 <= float(rad[0].replace(',', '.')) <= t0+T+0.0001: # avrundingsfeil
            i python krever litt "slack", derfor er 0.0001 lagt til
                F.append(float(rad[1].replace(',', '.')))

dt = 0.001
I = 0

for i in range(len(F)-1):
    I += (F[i]+F[i+1])/2 * dt # integrasjon med trapesmetoden

plt.scatter(t,F,marker='x') # plotter datapunkter
plt.plot(t,np.zeros(len(t)),color='red') # tegner inn tidsakse
plt.xlabel(overskrifter[0]) # legger til overskrifter
plt.ylabel(overskrifter[1])
plt.grid()
plt.show()

print(f'Impulsen er {I}kg m/s')
```

